

Hitausmomentin määrittäminen

Jarmo Vestola
Koulun nimi
Fysiikka luonnontieteenä
FY4-Projektityö
20.11.2001
Arvosana: K (9)

1. Tutkittava ilmiö

Tehtävänä oli määrittää ohutseinäisen hernekeittopurkin hitausmomentti laskemalla, käyttäen ohutseinäisen lieriön hitausmomentin laskukaavaa. Hitausmomentti piti myös määrittää kokeellisesti saatujen tulosten avulla.

2. Teoriaa

Hitausmomentti kertoo kappaleiden kyvyn vastustaa pyörimistä. Kappaleen hitausmomentti riippuu kappaleen massasta ja sen etäisyydestä pyörimisakseliin. Mitä lähempänä massa on pyörimisakselia, sitä pienempi hitausmomentti on. Toisin sanoen sen yksikkö kertoo kuinka suuri momentti tarvitaan (Nm), että kappale saa kulmakiihtyvyydekseen yhden radiaanin/ s^2 .

Hernekeittopurkin vieressä rataa pitkin sen liike ei ole pelkkää etenemistä vaan se myös pyörii akselinsa ympäri. Sen kokonaisenergia on siis etenemisen liike-energian ja pyörimisenergian summa.

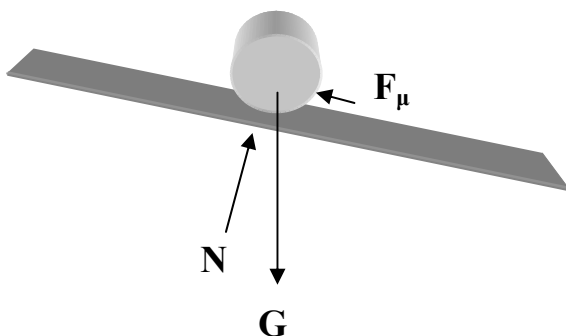
3. Työvaiheet

1. Mittasimme hernekeittopurkin korkeuden ja leveyden työntömitalla sekä painon tarkalla kirjevaa'alla. Tulosten perusteella laskimme kappaleen hitausmomentin.
2. Rakensimme radan, jonka korkeus oli 5 cm ja pituus 200 cm. Laitoimme radalle hernekeittopurkin, joka pääsi etenemään ja pyörimään esteettä.
3. Otimme aikaa sekuntikellolla, kuinka nopeasti purkki kulkee tämän matkan.
4. Yhteensä otimme aikoja seitsemän ja laskimme niistä keskiarvon.
5. Määritimme hitausmomentin soveltaen tuloksia erilaisiin kaavoihin.

Taulukko 1. Hernekeittopurkin mitat ja niistä laskettu hitausmomentti.

Korkeus: 10,84 cm	Paino: 48,8 g
Leveys: 7,35 cm	Säde: 3,675 cm
Ohutseinäisen lieriön hitausmomentti akselin suhteen lasketaan lailla $J = mr^2$ Sijoitetaan lakiin hernekeittopurkin massa ja säteen neliö. $J = 0,0488 \text{ kg} * (0,03675 \text{ m})^2 \approx 6,59 * 10^{-5} \text{ kgm}^2$	

Kuva 1. Hernekeittopurkkiin kohdistuvat voimat



$G = mg$, voima joka aiheutuu maan vetovoimasta kohti maan keskipistettä

N = pinnan tukivoima, joka on kohtisuorassa tasoa vastaan

F_μ = vierintävastus on alustan lujuusvoimia vastaan tehtyä työtä. Jos taso on loiva vierintävastus lopettaa nopeuden kasvun.

Yhdessä G ja N antavat kappaleelle kiihtyvyyden a , joka suuntautuu kaltevaa tasoa pitkin alaspäin.

Taulukko 2. Hernekeittopurkin vierimisajasta saatuja tuloksia, matka 200 cm.

Vierimisaika/sekuntia	Vierimisajan keskiarvo $\approx 5,88$ sekuntia
5,75	
5,97	Loppunopeuden keskiarvo = $\frac{2 m}{5,88 s} \approx 0,34$ m/s
5,63	
6,22	
5,85	Loppunopeus = $2 * 0,34$ m/s = 0,64 m/s
5,91	
5,82	

4. Kokeellisesti määritelty hitausmomentti

Hitausmomentin laskemiseen tarvitsemme seuraavan kaavan

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

Eli kokonaisenergia on liike-energian ja pyörimisenergian summa.
Kokonaisenergia on tässä tapauksessa kappaleen potentiaalienergiaa.

Muokataan kaavaa kulmanopeuden osalta

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

ω on sama kuin ratanopeus jaettuna säteellä. Ratanopeus taas on sama kuin kappaleen nopeus.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J \frac{mv^2}{mr^2}$$

Merkitään seuraavaksi $k = \frac{J}{mr^2}$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 (1 + k) \quad \rightarrow \quad \frac{mgh}{\frac{1}{2}mv^2} = 1 + k \quad \rightarrow \quad \frac{2gh}{v} - 1 = k$$

Saatuun kaavaan voimme sijoittaa mittaustulokset.

$$\frac{2gh}{v^2} - 1 = k \quad \frac{2 * 9,81 m/s^2 * 0,05 m}{(0,68 m/s)^2} - 1 = k \quad k \approx 1,12$$

$$\text{Alussa merkitsimme että } k = \frac{J}{mr^2} \quad J \text{ on sitten } k * mr^2 \quad J = 1,12 * 0,0488 \text{ kg} * (0,03675 \text{ m})^2$$

$$J \approx 7,38 * 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

$$J = 0,738 * 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

Yllä laskimme hitausmomentin kappaleelle jonka liike oli kiihtyvää. Sen nopeuden sai kertomalla keskinopeuden kahdella. Kaltevalla tasolla etenevä kappale ei kuitenkaan ole tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä, mikäli tason kaltevuus on kovin loiva, koska loivalla tasolla kitka lopettaa hyvin nopeasti nopeuden kasvun. Tällöin nopeus on likimain matka jaettuna ajalla.

Hitausmomentti lasketaan muuten samalla lailla, mutta vain nopeus muutetaan.

$$\frac{2gh}{v^2} - 1 = k \qquad \frac{2 * 9,81m / s^2 * 0,05m}{(0,34m / s)^2} - 1 = k \qquad k \approx 7,49$$

Alussa merkitsimme että $k = \frac{J}{mr^2}$ J on sitten $k * mr^2$ $J = 7,49 * 0,0488kg * (0,03675m)^2$

$$J \approx 4,9 * 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

$$J = 49 * 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

5. Tulosten tarkastelu

Kokeellisesti saatu jyrkän tason hitausmomentti $J \approx 7,38 * 10^{-5} \text{ kgm}^2$ on likimain yhtä suuri kuin oppikirjan laskukaavalla saatu tulos $6,59 * 10^{-5} \text{ kgm}^2$. Tästä voisi päätellä että tekemämme taso on jyrkkä, eikä loiva, koska loivan tason hitausmomentti on $J = 49 * 10^{-5} \text{ kgm}^2$. Purkki näyttikin silmämääräisesti kiihtyvän, kun se vierii alustalla mittausaikoja otettaessa.

Kokeellisesti saadun hitausmomentin pitäisi myös olla vähän pienempi, koska jyrkällä tasolla vierivään kappaleeseen vaikuttavat hidastavasti ilmanvastus ja vierintävastus. Nämä voimat eivät tosin voi vaikuttaa tulokseen, jos niitä ei ole huomioitu oppikirjan laskukaavassakaan. Laskuissa tapahtuneet pyöristykset saattavat vaikuttaa lopputulokseen hiukan, mutta merkittävin asia on hernekeittopurkin vierimisajasta käsipelillä saadut tulokset, jotka voivat vääristää hitausmomentin arvoa.

Kirjan antama ohutseinäisen lieriön laskukaava eroaa myös siinä, että siinä lieriöllä oli molemmat päädyt, mutta mittauksissa käytetystä hernekeittopurkista puuttui kansi. Toisin sanoen, jos purkissamme olisi ollut kansi, sen hitausmomentti olisi ollut hieman pienempi.

6. Lähteet

1. Lavonen, Kurki-Suonio, Hakulinen, **Galilei 4 Mekaniikka 2**, Weilin+Göös, Porvoo 1996, s.71 ja 82.